

الثانية علوم رياضية الفرض الأول الجمعة 25 نونبر 2005 14h-17h	أولمبياد الرياضيات 2006
ملحوظة: يطلب من المترشحين أن يكتب على ورقة التحرير اسمه (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ ميلاده وأسماء المؤسسة والبلدة والنيابة	

$$(1) \text{ نضع } a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n} + n\sqrt{n+1}}$$

$$\text{احسب } a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

(2) ا- u و v و x و y أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

$$\frac{u}{x} + \frac{v}{y} \geq \frac{4(uy + vx)}{(x + y)^2} \text{ بين أن:}$$

ب- a و b و c و d أعداد حقيقية موجبة قطعاً.

$$\frac{a}{b + 2c + d} + \frac{b}{c + 2d + a} + \frac{c}{d + 2a + b} + \frac{d}{a + 2b + c} \geq 1 \text{ بين أن:}$$

(3) ABCD رباعي محدب ودائري بحيث $CD < AB$ و $BC < AD$. لتكن P نقطة من

القطعة [AB] بحيث $AP = CD$ و Q نقطة من القطعة [AD] بحيث $AQ = BC$.

المستقيمان (AC) و (PQ) يتقاطعان في النقطة M.

بين أن M منتصف [PQ].

(4) حدد جميع الدوال العددية f المعرفة على \mathbb{R} والتي تحقق العلاقة:

$$(\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2) \quad yf(x) - xf(2y) = 8xy(x^2 - y^2)$$