OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2007

1/1

الثانية علوم رياضية — الفرض الثاني
الجمعة 24 نونبر 2006 (14h30-17h30)

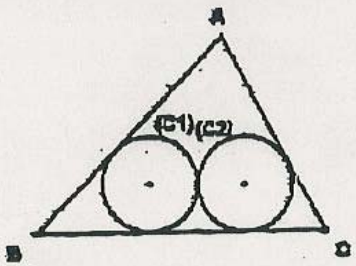
أولمبياد الرياضيات 2007

ملحوظة : يطلب من المترشح أن يكتب على ورقة التحرير اسمه (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) و تاريخ ميلاده و أسماء المؤسسة و البلدة و النيابة

Exercice 1

ABC est un triangle . (C_1) et (C_2) sont deux cercles ayant le même rayon φ et tangents extérieurement . (C_1) est tangent aux cotés $[AB]$ et $[BC]$ et (C_2) est tangent aux cotés $[AC]$ et $[BC]$. (voir figure ci-contre)

Montrer que $\frac{2}{AB}=\frac{1}{\varphi}-\frac{1}{r}$ ou r est le rayon du cercle inscrit au triangle ABC .



التمرين 1

ABC مثلث . (C_1) و (C_2) دائرتان لهما نفس الشعاع φ و متماستان حيث (C_1) مماس للضلعين $[AB]$ و $[BC]$ و (C_2) مماس للضلعين $[AC]$ و $[BC]$. (أنظر الشكل جانبه)

بين أن : $\frac{2}{AB}=\frac{1}{\varphi}-\frac{1}{r}$ حيث r هو شعاع الدائرة المحاطة بالمثلث ABC .

Exercice 2

Quelle est la plus grande valeur possible de $\sin(\cos x)+\cos(\sin x)$ où x est un élément de $\mathbb{R}$?

التمرين 2

ما هي أكبر قيمة ممكنة للتعبير $\sin(\cos x)+\cos(\sin x)$ حيث x عنصرا من $\mathbb{R}$ ؟

Exercice 3

x , y et z sont des réels strictement positifs .

Montrer que : $\frac{1}{x^2+yz}+\frac{1}{y^2+xz}+\frac{1}{z^2+xy}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}+\frac{1}{yz}\right)$.

التمرين 3

x و y و z أعداد حقيقية موجبة قطعا .

بين أن : $\frac{1}{x^2+yz}+\frac{1}{y^2+xz}+\frac{1}{z^2+xy}\leq\frac{1}{2}\left(\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}+\frac{1}{yz}\right)$.

Exercice 4

On considère l'ensemble $A=\{1,2,......,2006\}$. Quel est le plus grand nombre de sous ensembles de A que l'on peut choisir de telle sorte que l'intersection de deux sous ensembles quelconques et distincts ait 2004 éléments .

التمرين 4

نعتبر المجموعة $A=\{1,2,......,2006\}$. حدد أكبر عدد ممكن من أجزاء المجموعة A بحيث يكون تقاطع كل جزئين مختلفين له 2004 عنصرا .